Cap. 21 – Superposição

1º/2012

Superposição

- O princípio da superposição distingue partículas e ondas
  - Partículas não se sobrepõem
  - **Ondas sim!**

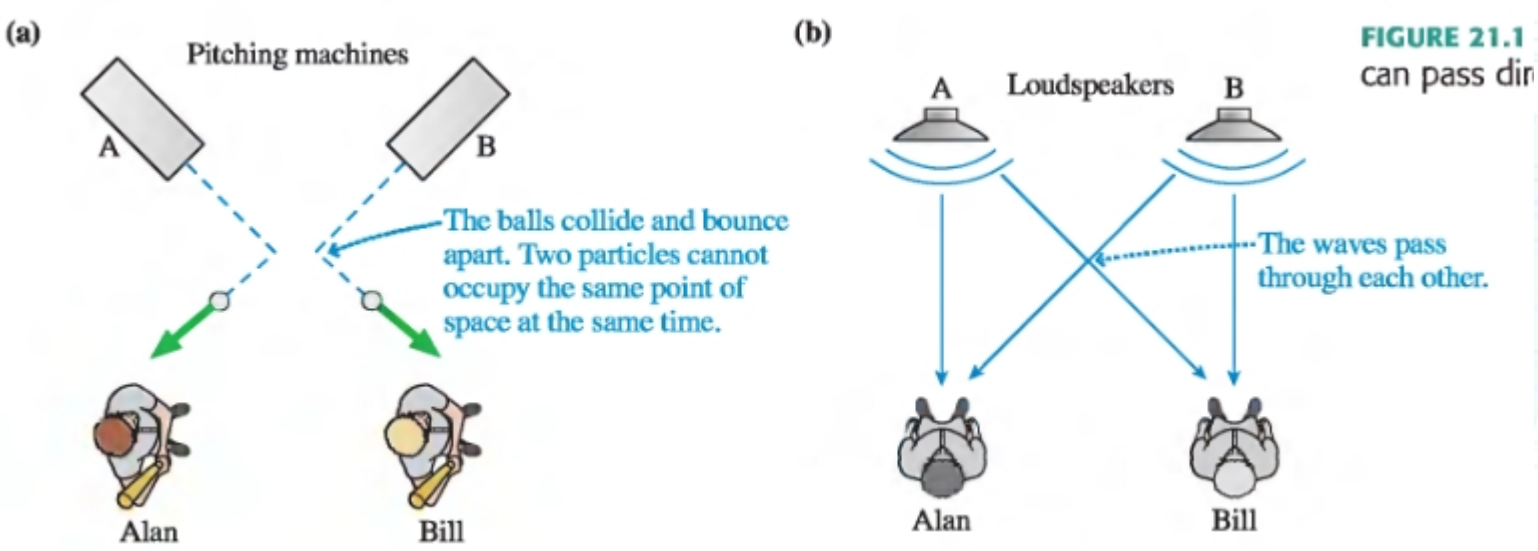
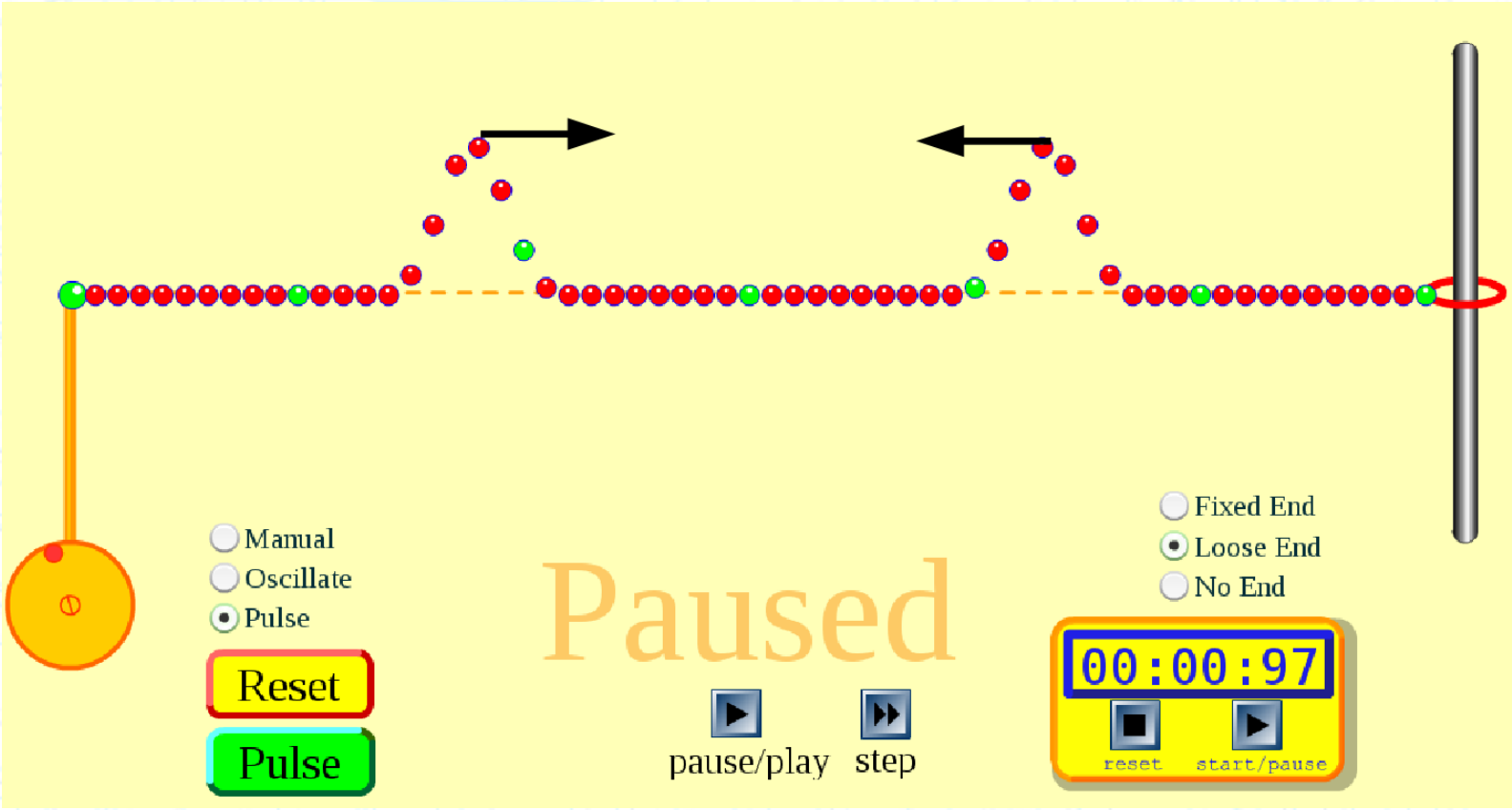


FIGURE 21.1
can pass dir

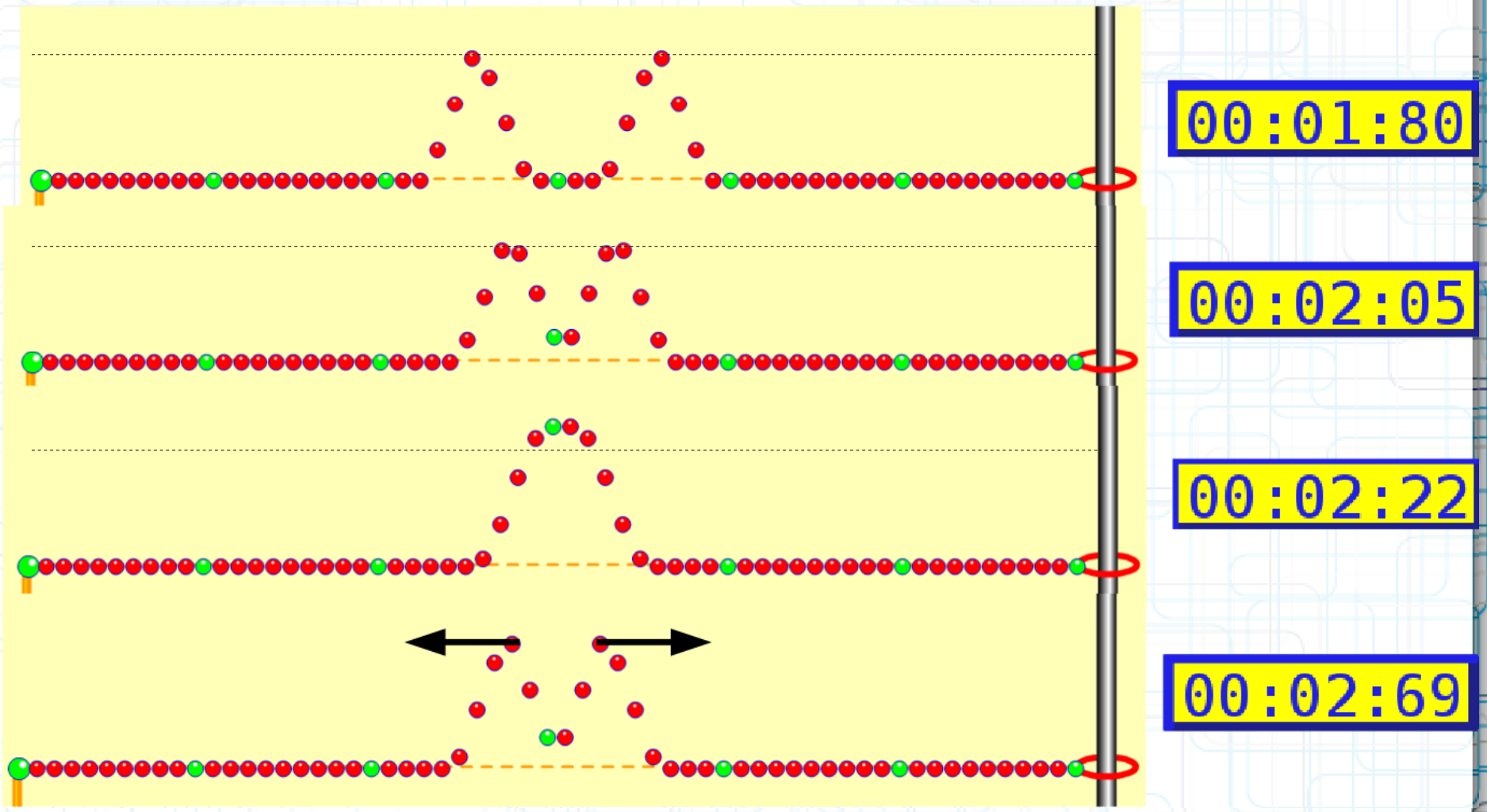
Ondas Progressivas

- O que irá acontecer quando essas ondas se cruzarem?



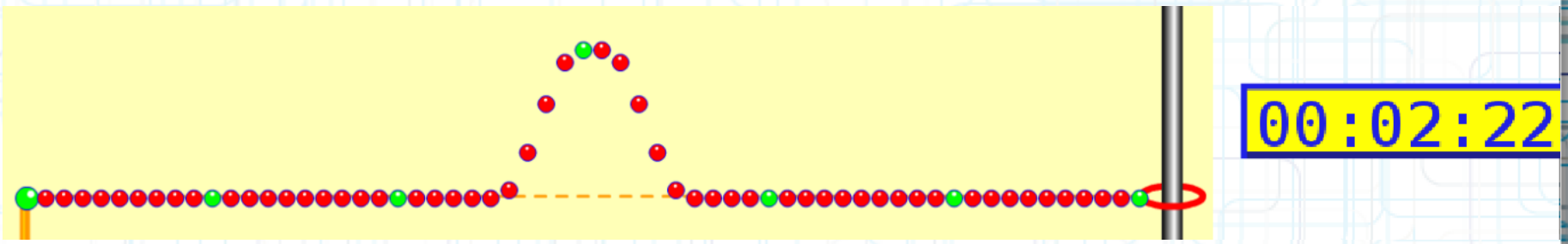
Superposição

- Evolução temporal



Superposição

- Qual o valor do deslocamento das partículas da corda neste instante?



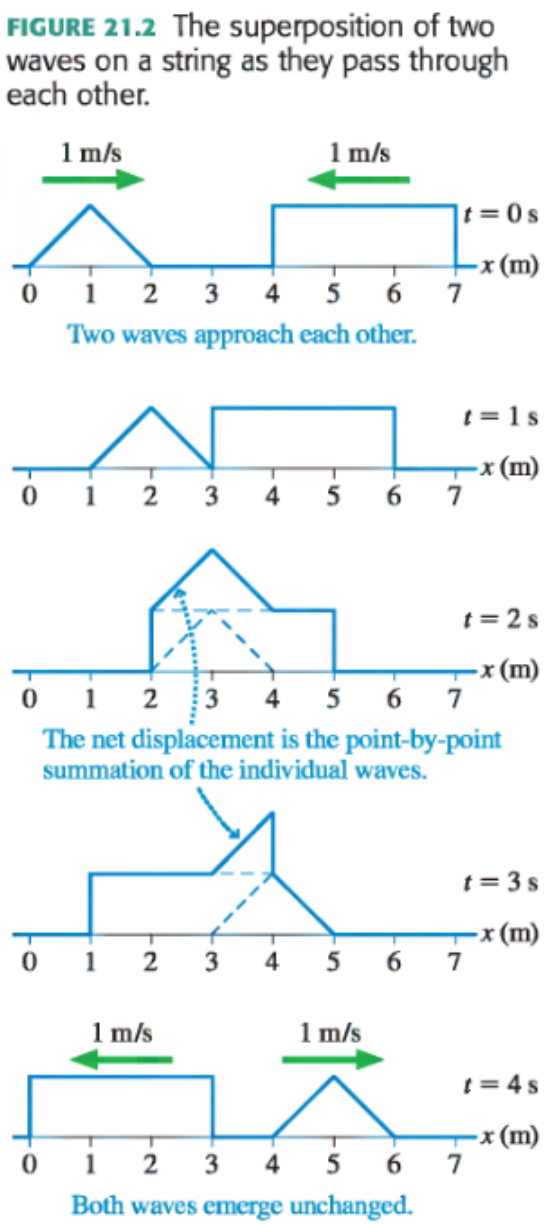
Princípio da superposição: Quando duas ou mais ondas estão presentes simultaneamente em um ponto do espaço, o deslocamento do meio neste ponto é **a soma dos delocamentos que seriam produzidos por cada onda separadamente.**

Superposição

- Exemplo:

  O deslocamento total é a soma dos deslocamento das ondas individuais

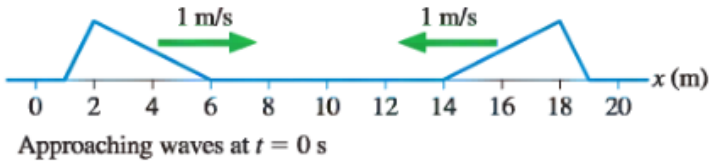
$$f(x,t)=f_1(x,t)+f_2(x,t)$$



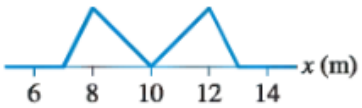
Superposição

- Pare e pense...

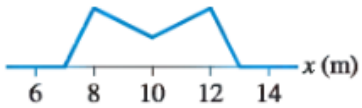
STOP TO THINK 21.1 Two pulses on a string approach each other at speeds of 1 m/s. What is the shape of the string at $t = 6$ s?



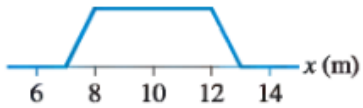
Approaching waves at $t = 0$ s



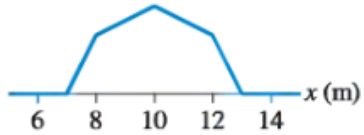
(a)



(b)



(c)



(d)

Superposição

- Um pouco de matemática...
  - Considere a seguinte função de onda:

$$f(x,t) = A\,sen(kx - wt)$$

Demonstre que *f(x,t)* satisfaz a eq. Abaixo

$$\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f(x,t)}{\partial t^2}$$

A equação acima é a **Equação de Ondas!**

Superposição

- Sejam $f_1(x,t) = A\,sen(kx - wt)$

  $f_2(x,t) = A\,sen(kx + wt)$

  verifique que $f(x,t) = f_1(x,t) + f_2(x,t)$ também é solução da equação de onda.

- Demostre que

$$f(x,t) = 2\mathrm{A}\mathrm{sen}(kx)\cos(wt) = A(x)\cos(wt)$$

onde $A(x) = 2\mathrm{A}\mathrm{sen}(kx)$

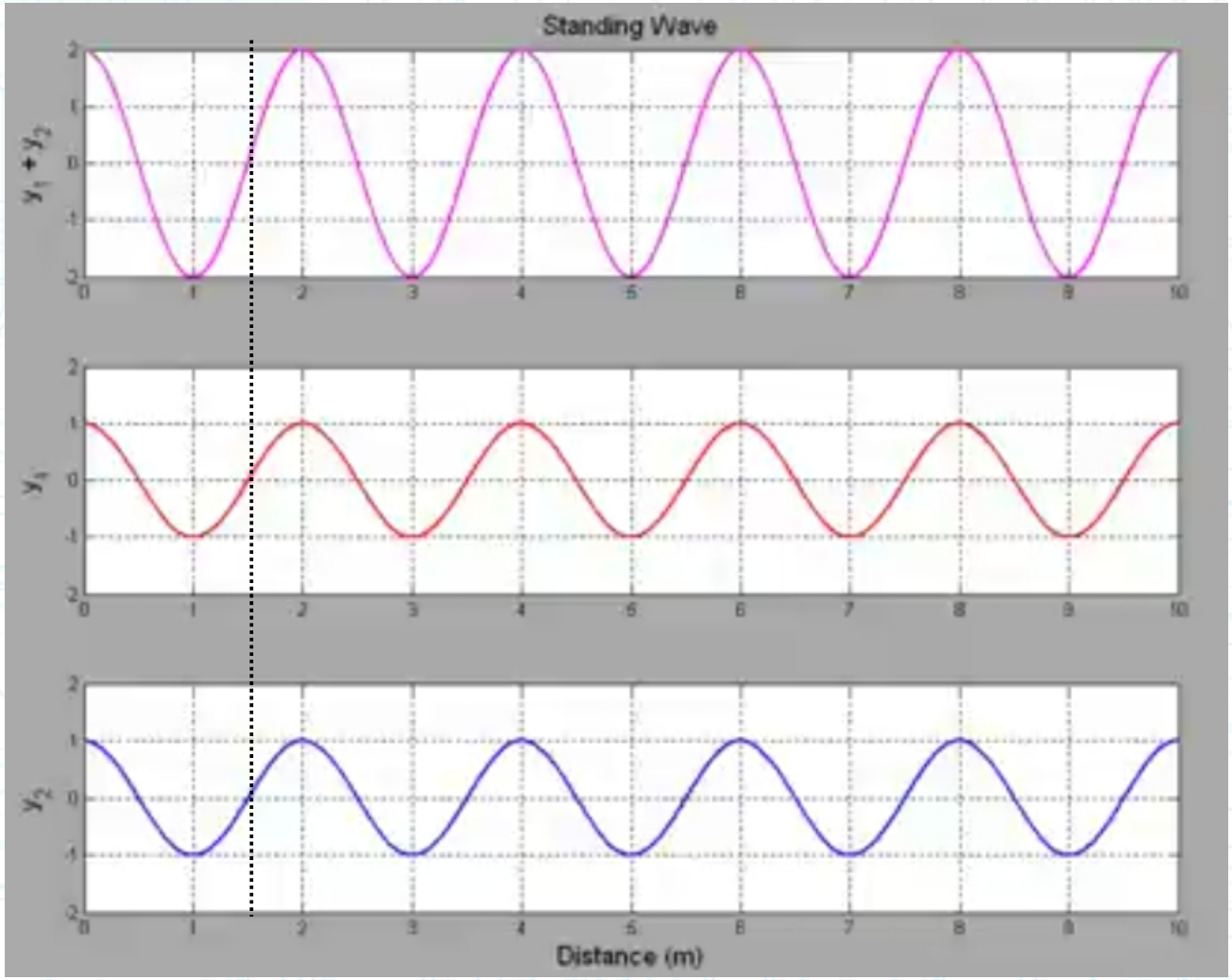
Superposição

- Que tipo de onda é $f_1(x,t)$?
- Que tipo de onda é $f_2(x,t)$?
- E que tipo de onda é $f(x,t)=f_1(x,t)+f_2(x,t)$?

Veja vídeo: *standing wave demo1*

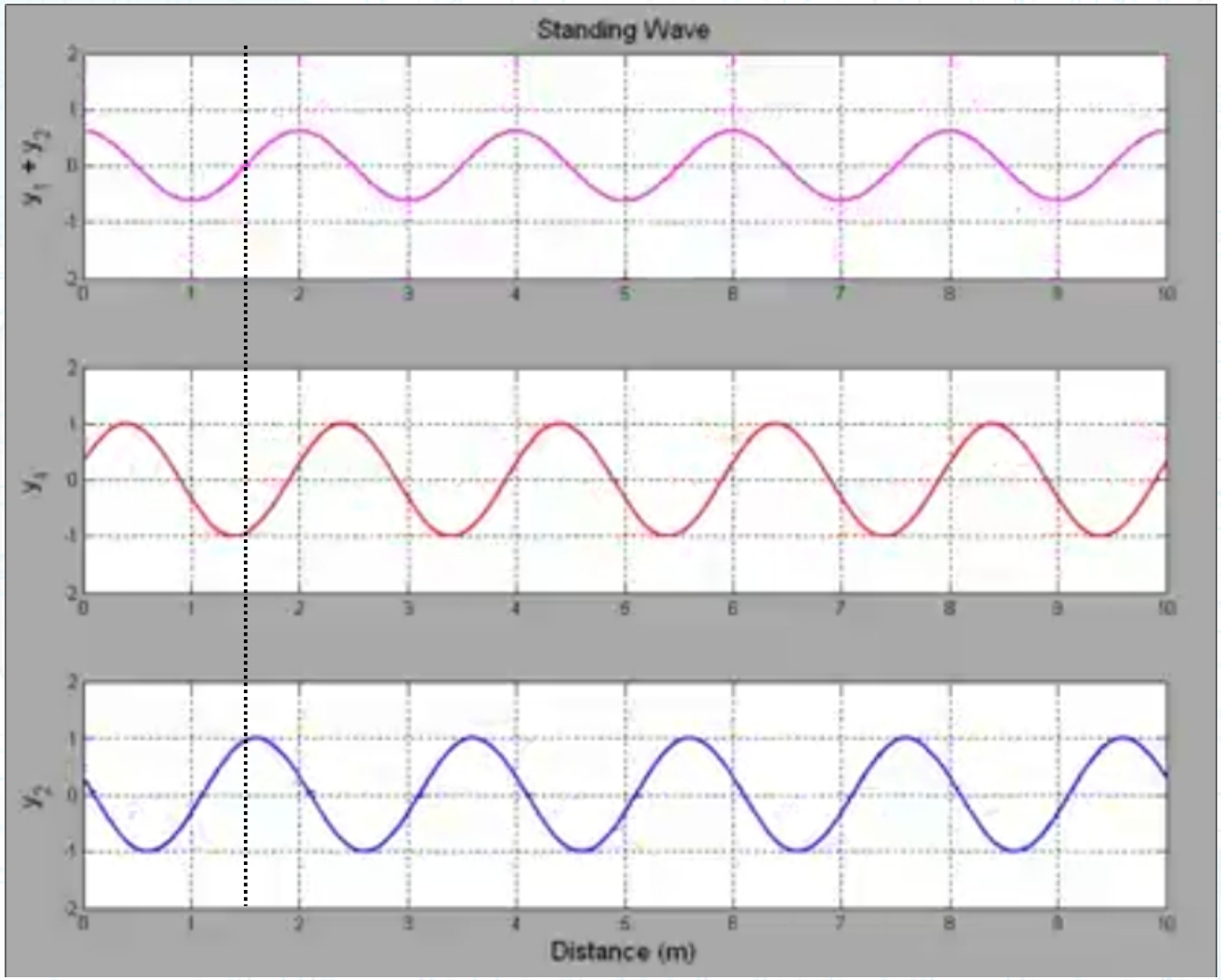
Superposição

- snapshots



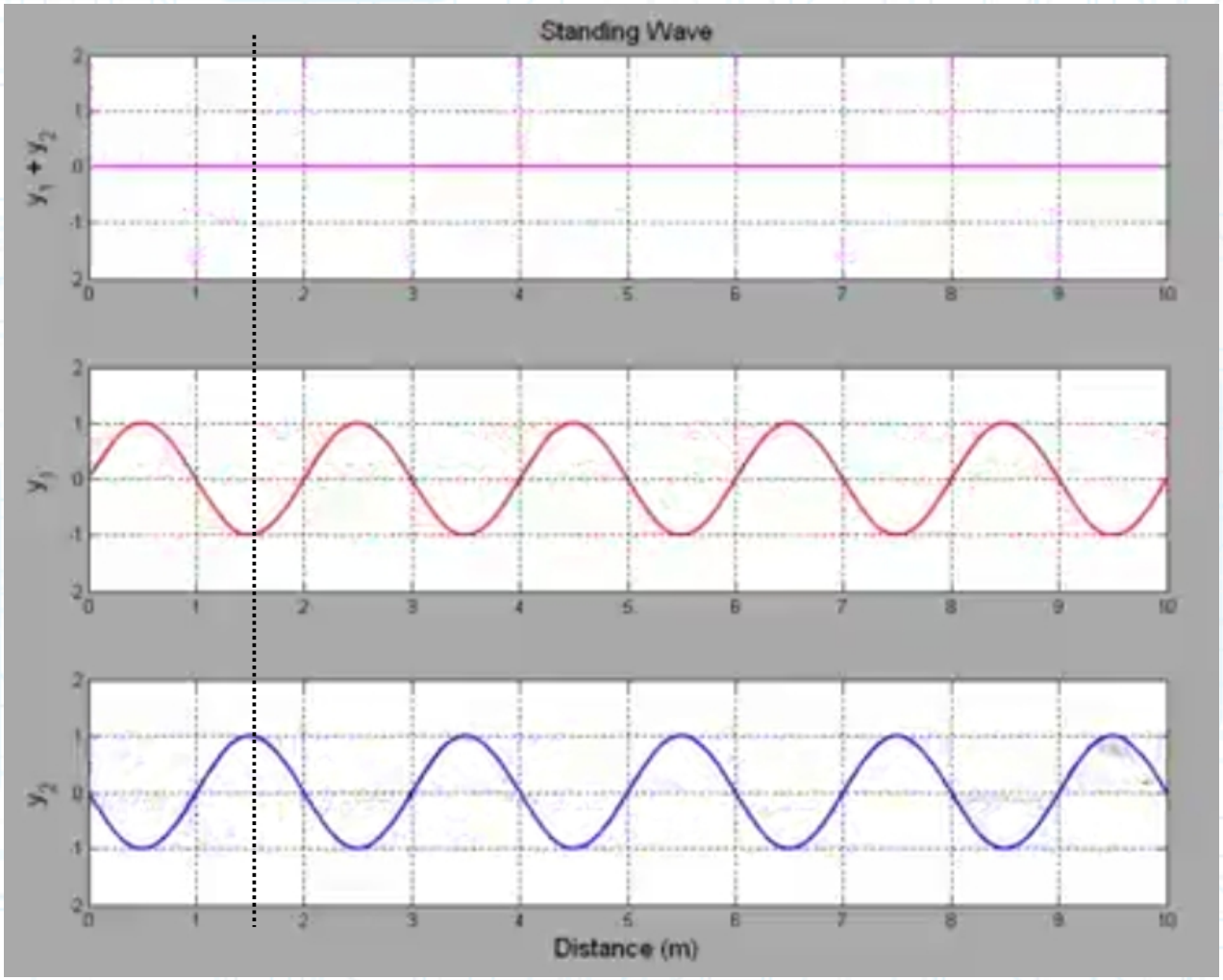
Superposição

- snapshots



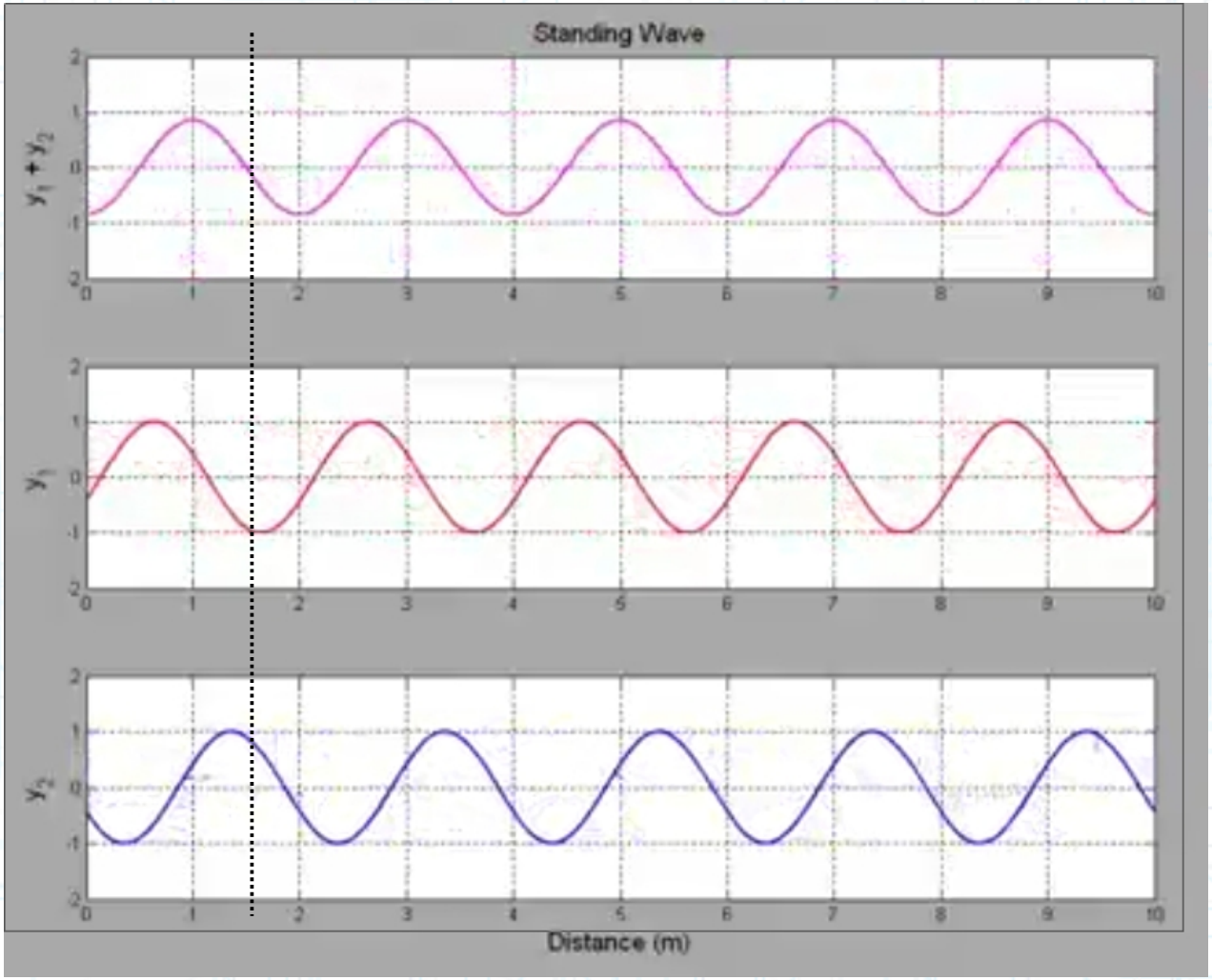
Superposição

- snapshots



Superposição

- snapshots



Superposição

- Observando as figuras anteriores, diga:
  - Qual é a amplitude da onda 1?
  - E da onda 2?
  - E da onda soma?

A onda soma é chamada de **onda estacionária!**

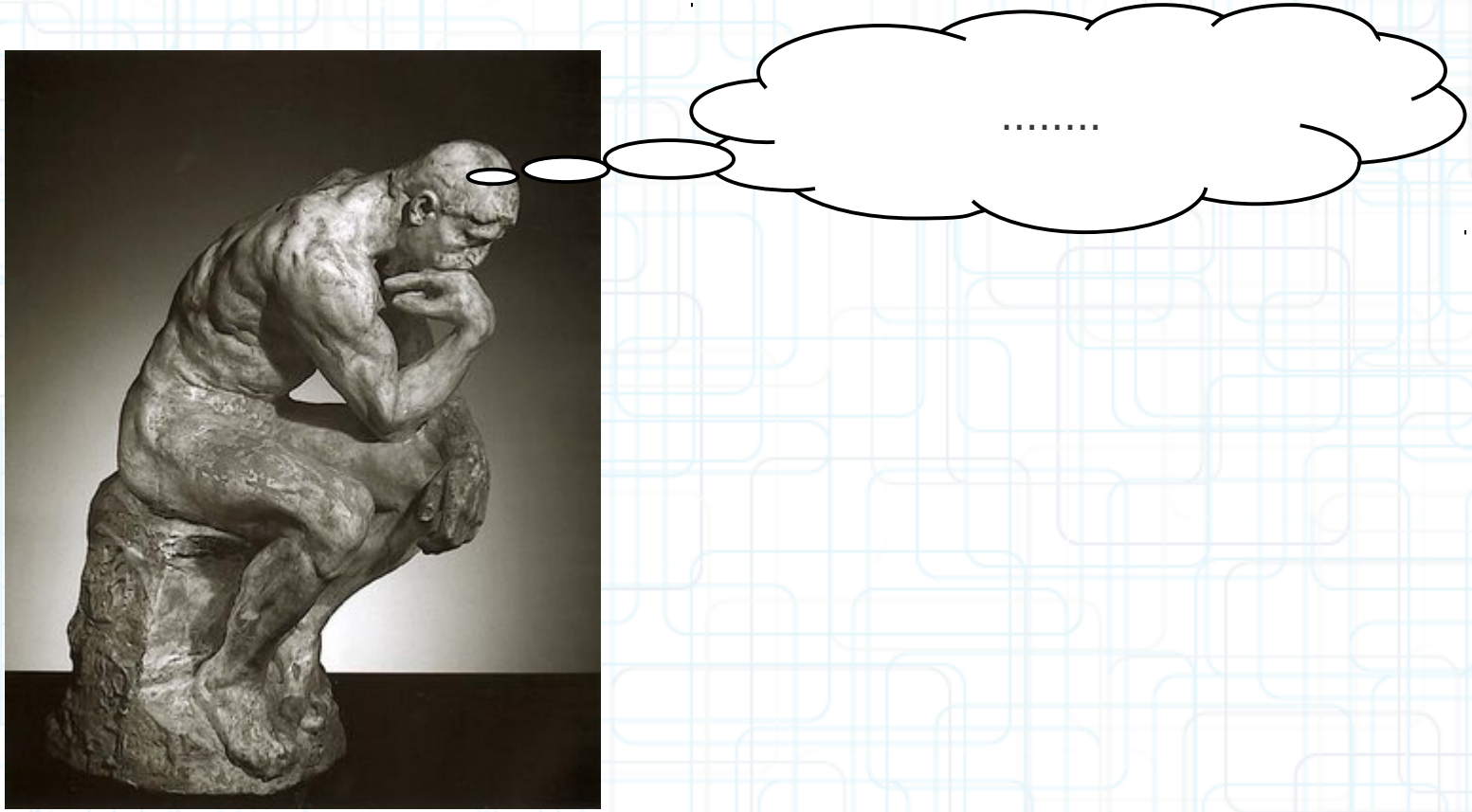
Veja vídeo: *standing waves part1*

Superposição

- Características das ondas estacionárias
  - Resulta da superposição de 2 ondas de mesma amplitude, frequência e comprimento de onda propagando-se em sentidos opostos.
  - A amplitude depende a posição x. Nos nós a amplitude é ZERO!
  - A distância entre nós sucessivos é $\lambda/2$

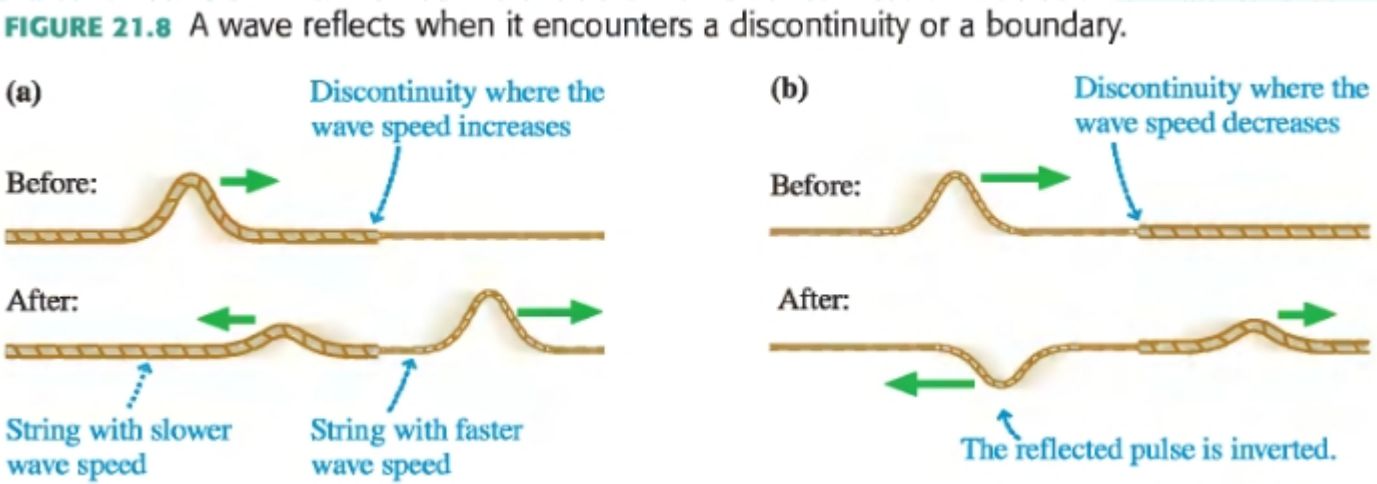
Superposição

- Como são formadas ondas estacionárias na corda?



Superposição

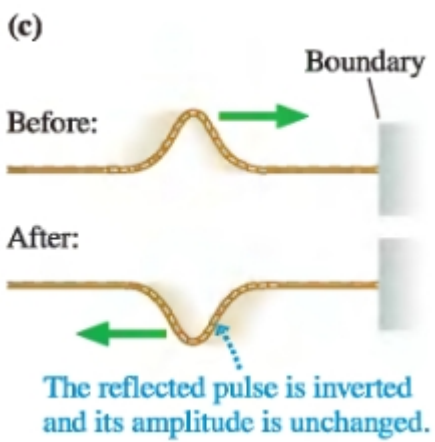
- Como é a propagação de uma onda quando encontra uma descontinuidade?



- E quando a corda encontra uma parede?

Superposição

- É gerado um onda invertida de mesma amplitude, frequência e comprimento de onda.
  - Preenche os pré-requisitos para formação de ondas estacionárias!

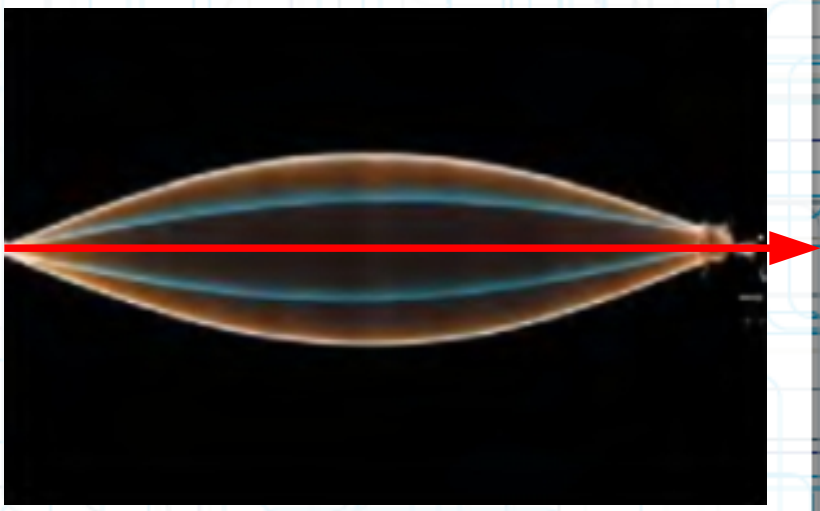


Superposição

- Ondas estacionárias em cordas

  solução:

$$f(x,t) = 2A\,\mathrm{sen}(kx)\cos(wt)$$



  Condições de contorno:

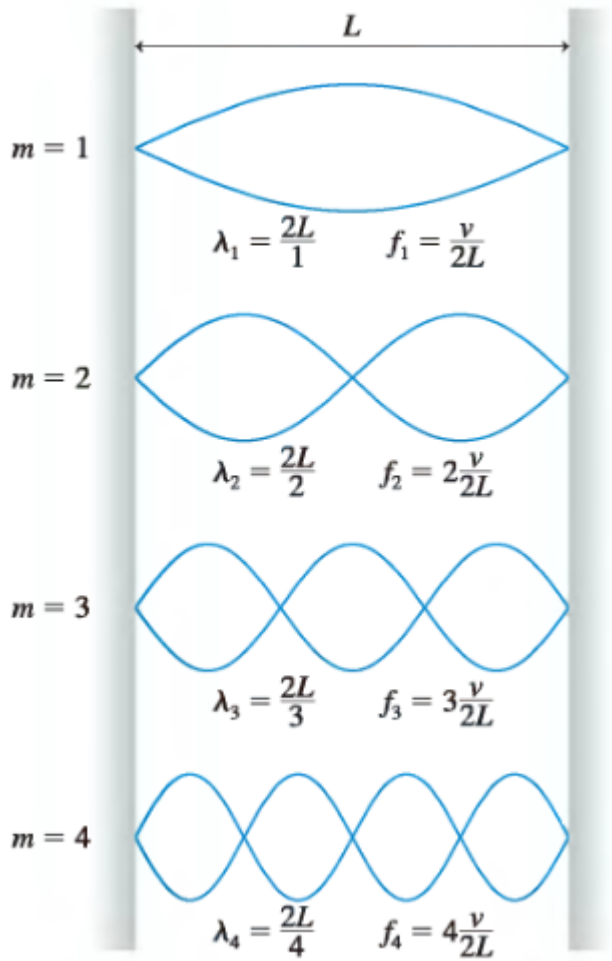
  - *f(x=0,t) = 0*
  - *f(x=L,t) = 0*

Superposição

- Modos normais

$$\lambda_m = \frac{2L}{m} \qquad m = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

$$f_m = \frac{v}{\lambda_m} = \frac{v}{2L/m} = m\frac{v}{2L} \qquad m = 1, 2, 3, 4, \ldots$$



Superposição

- 3 coisas a se saber sobre modos normais
  - 1. *m* é o nº de anti-nós
  - 2. o modo fundamente tem $\lambda = 2L$ e não $\lambda = L$
  - 3. as frequências dos modos normais formam uma série f_1, $2f_1$, $3f_1$, $4f_1$, …

veja vídeo: *bowed violin string in slow motion*

Superposiçao

- Exercicios

ex. 8 A **Figura EX21.8** representa uma ondas estacionária que oscila com frequência f0.
a) Quantos antinodos haverá se a frequencia for dobrada para 2f0? Explique.
b) Se a tensão na corda for aumentada por um fator de quatro, para que frequência, em função de f0, a corda continuará a oscilar como um onda estacionária de três antinodos?

FIGURE EX21.8

ex. 19 Uma corda de violina tem 30 cm de comprimento. Ela emite a nota musical A (lá, de 440 Hz) quando tocada solta, sem estar apertada por um dedo. A que distância da extremidade dessa corda você deveria apertá-la com seu dedo a fim de fazê-la emitir a nota C (dó, de 523 Hz)?

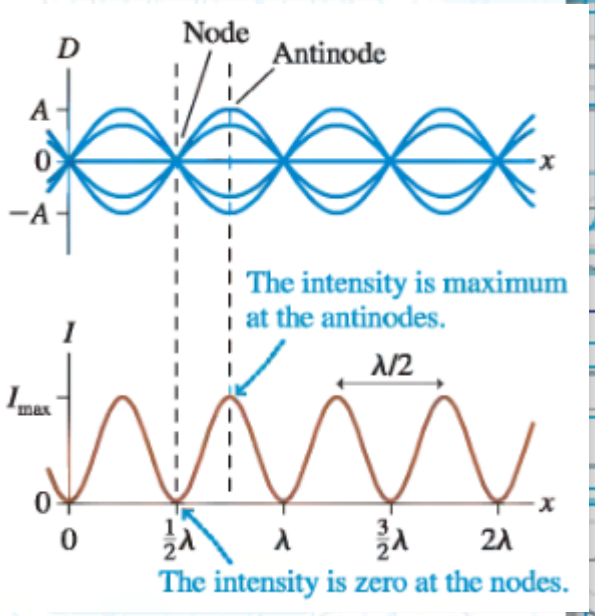
Superposição

- Interferência **Construtiva** e **Destrutiva**
  - **Construtiva**: as ondas estão em fase

$$f_1(x,t) = f_2(x,t)$$

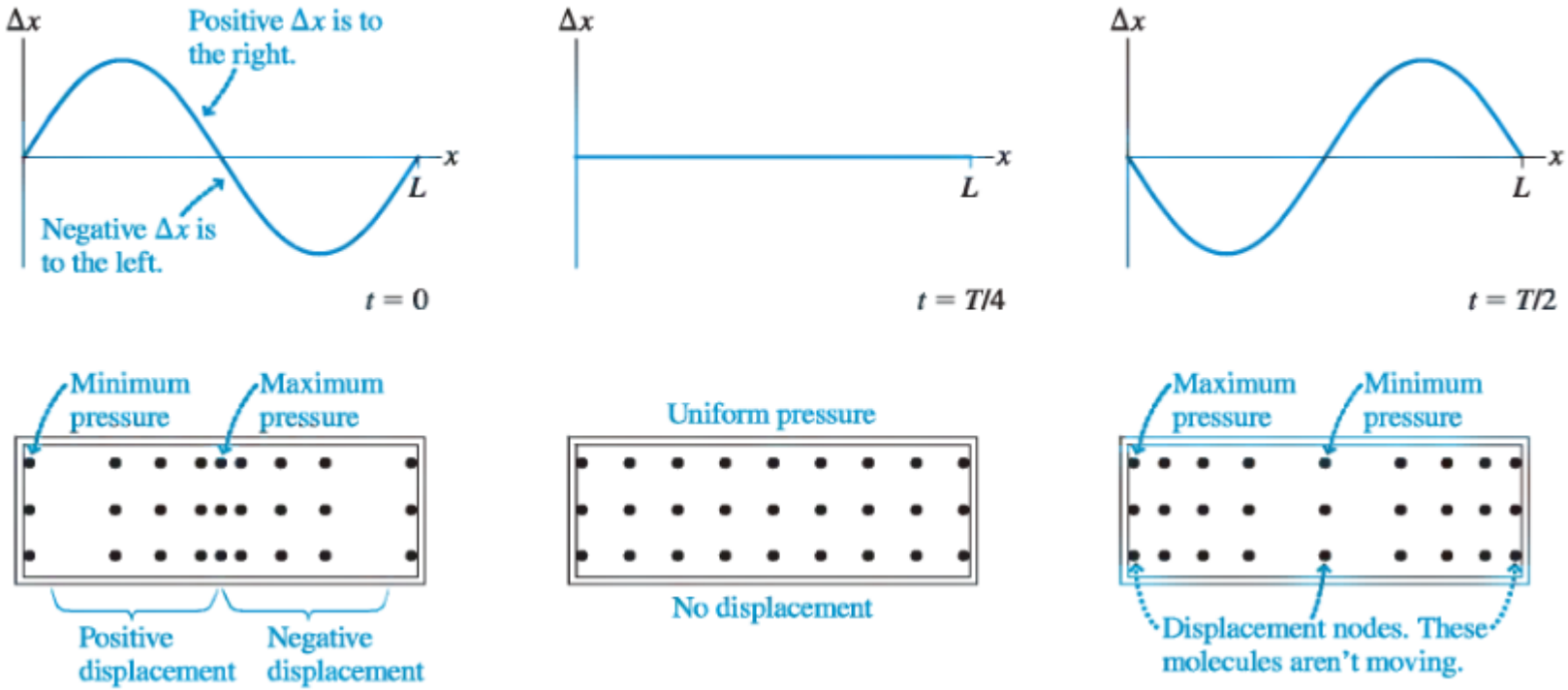
  - **Destrutiva**: as ondas estão fora de fase

$$f_1(x,t) = -f_2(x,t)$$



Superposição

- Ondas estacionárias em som (com extremidades fechadas)

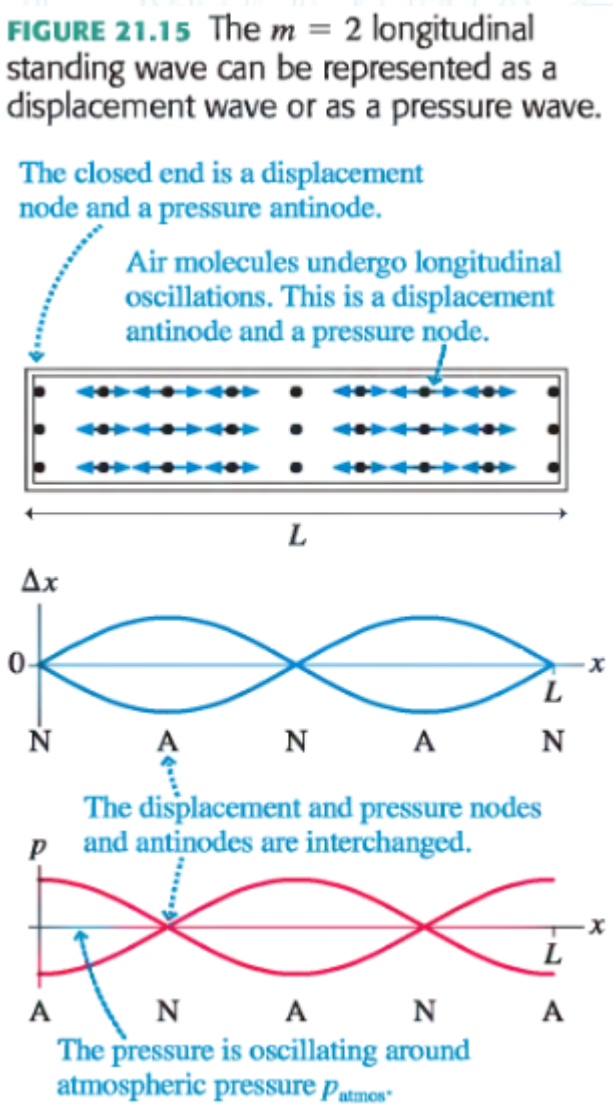


Superposição

- Cuidado!

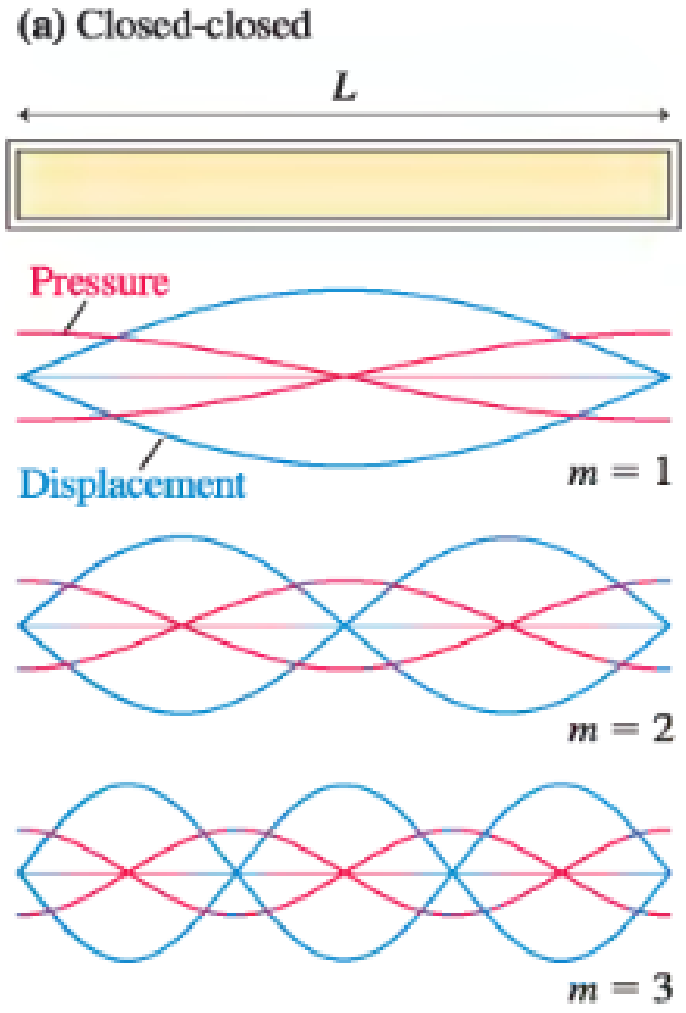
  Os nós do gráfico de pressão é **<u>deslocado</u>** com relação aos do gráfico de deslocamento

  veja: Kundt's tube



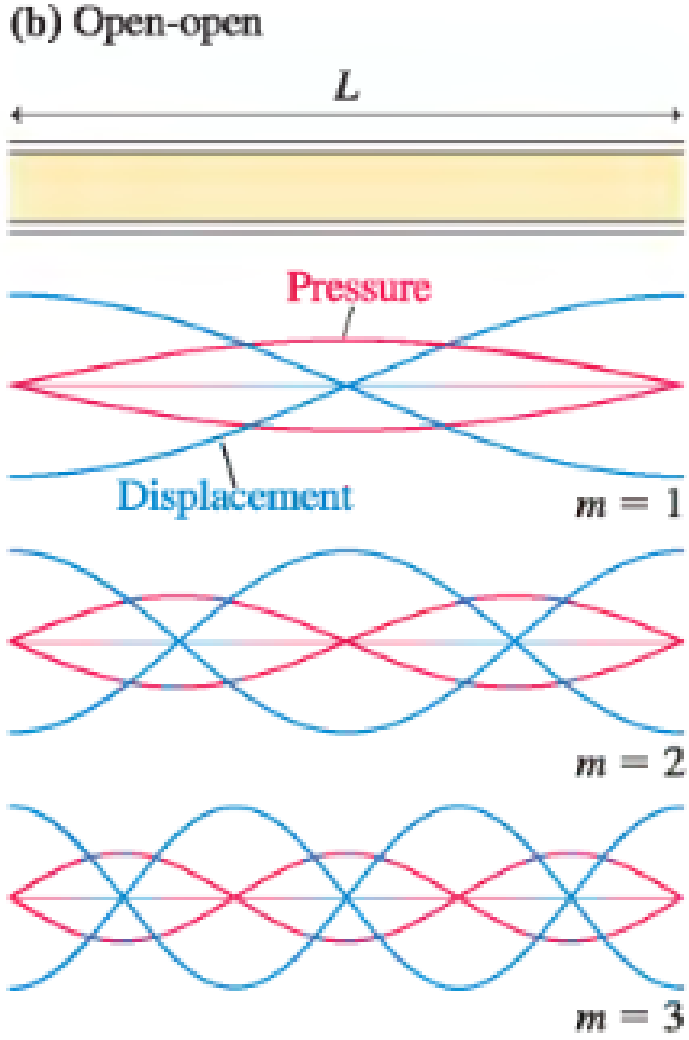
Superposiçao

- Ondas Estacionarias Sonoras



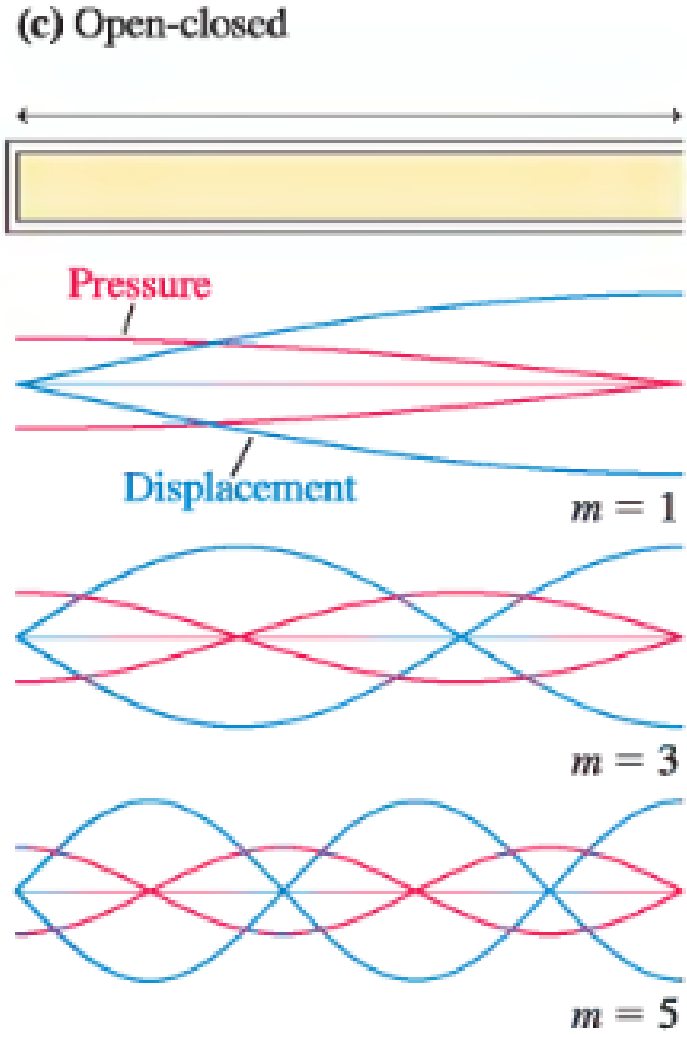
Superposiçao

- Ondas Estacionarias Sonoras



Superposiçao

- Ondas Estacionarias Sonoras



Superposiçao

- Harmonicos

$$\begin{cases} \lambda_m = \dfrac{2L}{m} \\ f_m = m\dfrac{v}{2L} = mf_1 \end{cases} \qquad m = 1, 2, 3, 4, \ldots \quad \text{(open-open or closed-closed tube)}$$

$$\begin{cases} \lambda_m = \dfrac{4L}{m} \\ f_m = m\dfrac{v}{4L} = mf_1 \end{cases} \qquad m = 1, 3, 5, 7, \ldots \quad \text{(open-closed tube)}$$

Superposição

- Pare e pense...

PARE E PENSE 21.3 Um tubo aberto-aberto sustenta ondas estacionárias com freqüências de 300 Hz e 400 Hz, com nenhuma freqüência entre as duas. O segundo harmônico deste tubo tem freqüência de

a. 100 Hz b. 200 Hz c. 400 Hz d. 600 Hz e. 800 Hz

Superposição

- Interferência em uma dimensão
  - chamamos de **interferência** o padrão resultante da superposição de 2 ou mais ondas.

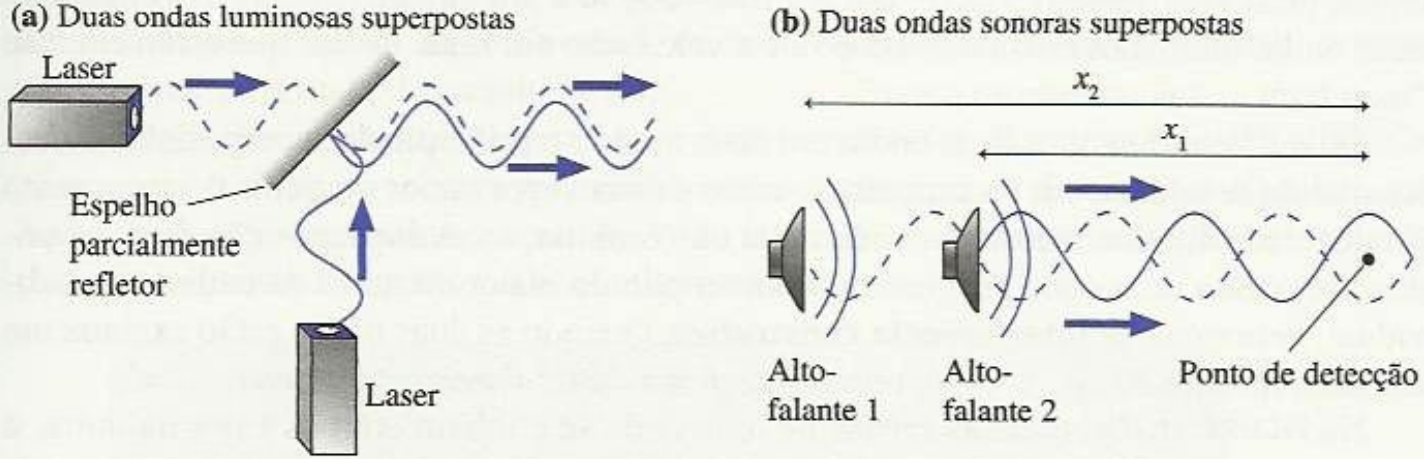
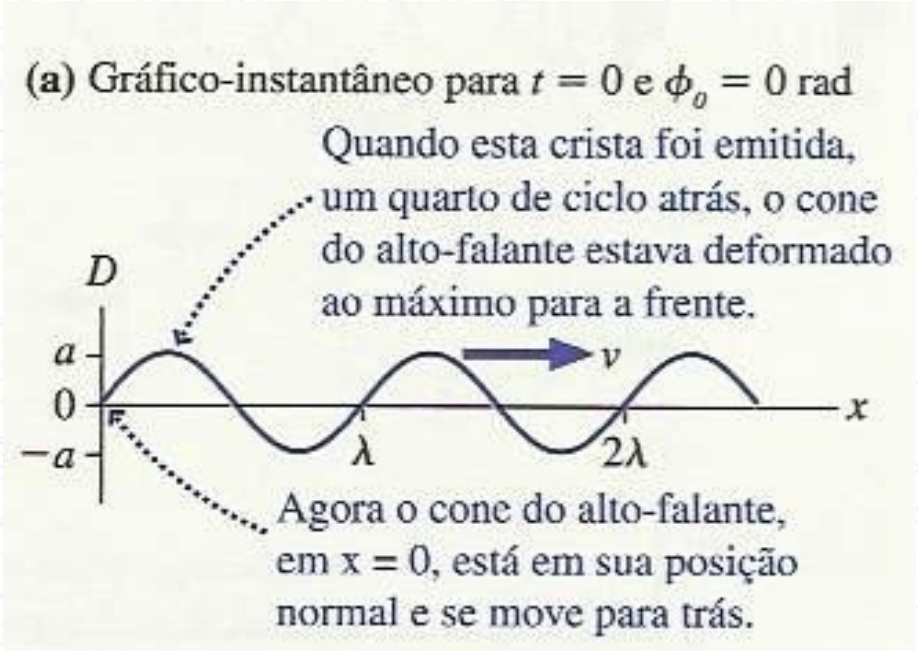
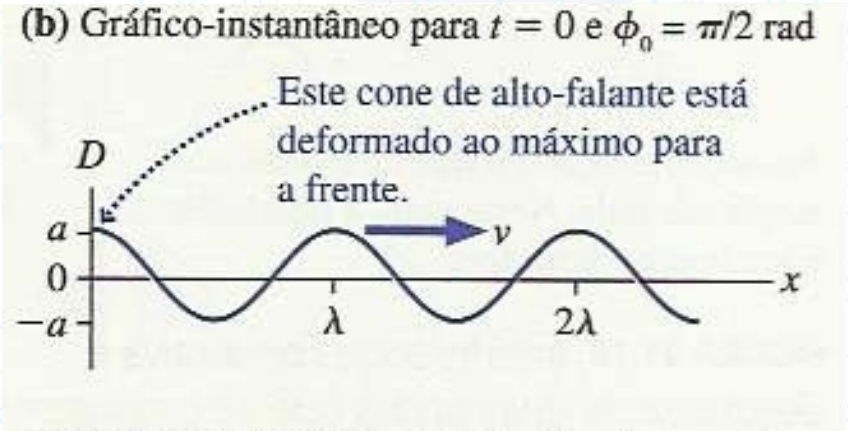


FIGURA 21.17 Duas ondas superpostas se propagam ao longo do eixo *x*.

Superposição

- O que é fase???





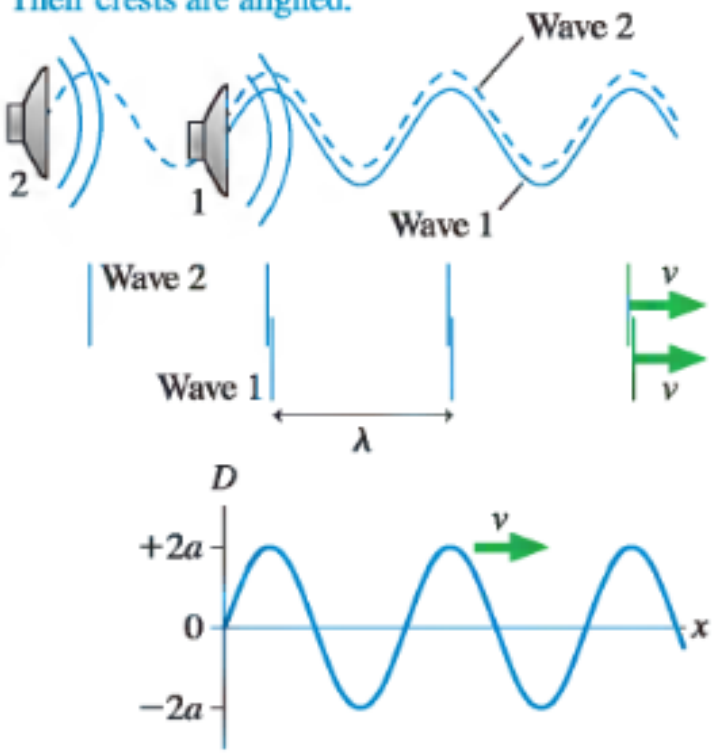
Superposição

- Para os padrões de interferência vamos **considerar** 2 ondas:
  - Com a mesma amplitude
  - Mesma frequência
  - Mesmo comprimento de onda
  - E se propaguem no mesmo sentido. Vamos escolher sentido $x > 0$

Superposição

(a) Constructive interference

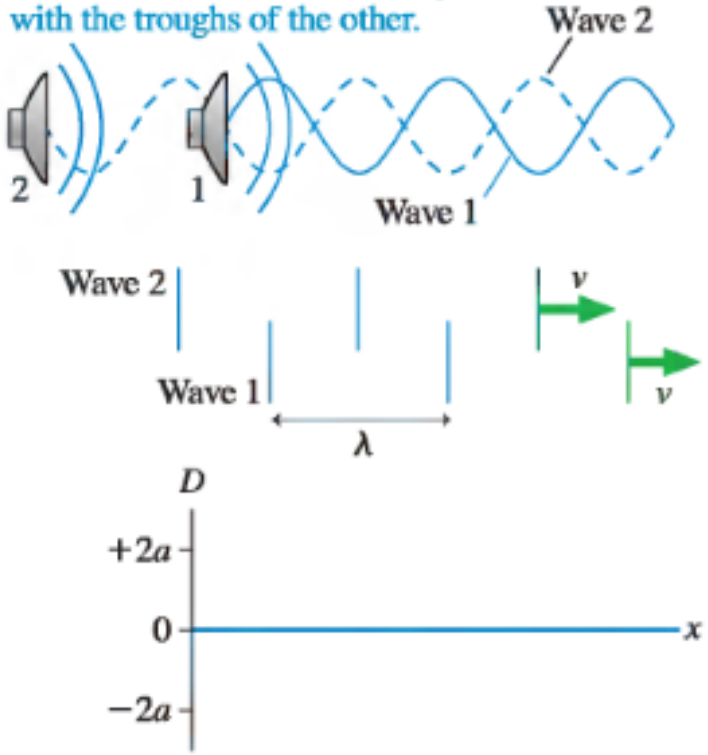
These two waves are in phase. Their crests are aligned.



Their superposition produces a traveling wave moving to the right with amplitude $2a$. This is maximum constructive interference.

(b) Destructive interference

These two waves are out of phase. The crests of one wave are aligned with the troughs of the other.



Their superposition produces a wave with zero amplitude. This is perfect destructive interference.

Superposição

- Diferença de fase
  - Para interferência destrutiva:

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_o = 2\pi m$$

  - Para interferência construtiva:

$$\Delta\phi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} + \Delta\phi_o = 2\pi\left(m + \frac{1}{2}\right)$$

Superposição

- 2 formas para definir o padrão de interferência:
  - Ajustando as **constantes de fase** das ondas
  - Ajustando as **distâncias** percorridas

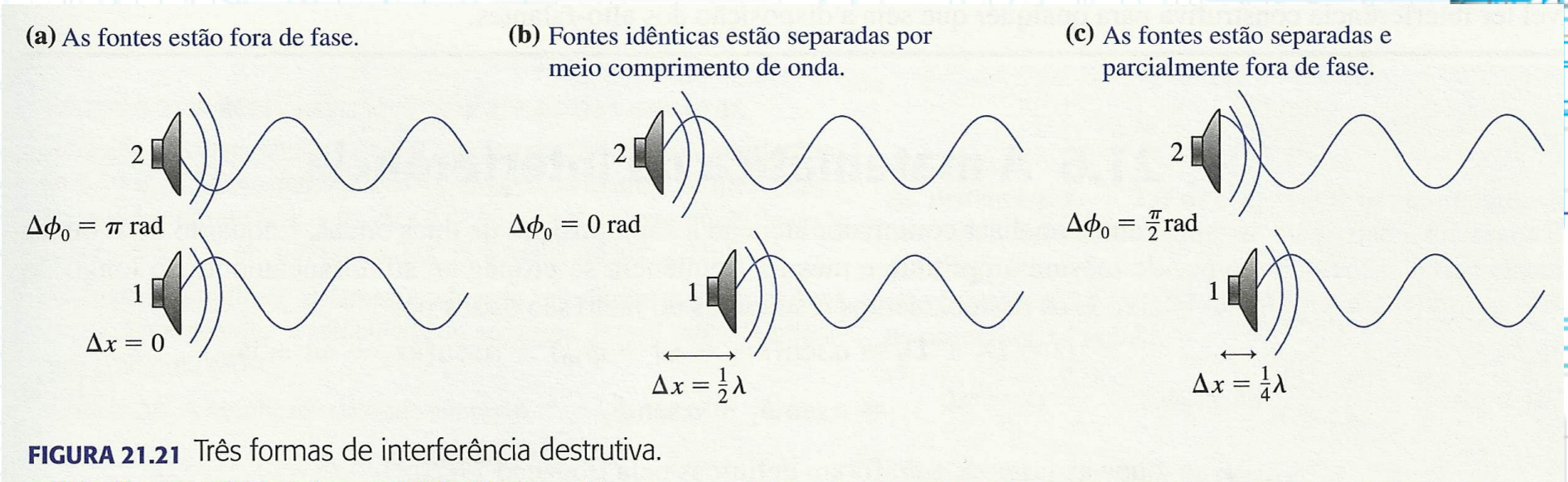


FIGURA 21.21 Três formas de interferência destrutiva.

Superposição

- Mais uma consideração: fontes idênticas
  - Significa $\Delta\phi_o = 0$

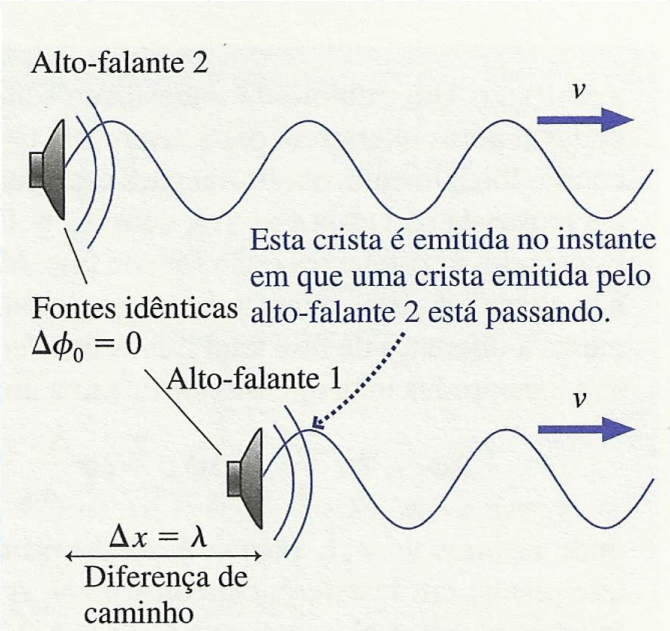


FIGURA 21.20 Duas fontes idênticas separadas por um comprimento de onda.

Superposição

Superposição

- em 2 dimensões
  - www.falstad.com/ripple/

Superposição

- Exercícios do Randall Knight

6. | Uma corda de 2,0 m de comprimento está presa pelas duas extremidades e foi esticada até que a velocidade de onda fosse de 40 m/s. Qual é a freqüência da onda estacionária representada na **FIGURA EX21.6**?

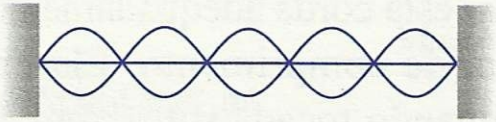


FIGURA EX21.6

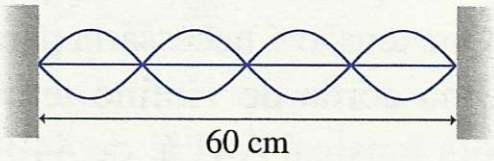


FIGURA EX21.7

7. | A **FIGURA EX21.7** representa uma onda estacionária que oscila em uma corda a 100 Hz. Qual é a velocidade de propagação da onda?

14. | Quais são os três maiores comprimentos de onda para ondas sonoras estacionárias em um tubo de 121 cm de comprimento (a) aberto nas duas extremidades e (b) aberto numa extremidade e fechado na outra?

Superposição

- Exercícios do Randall Knight

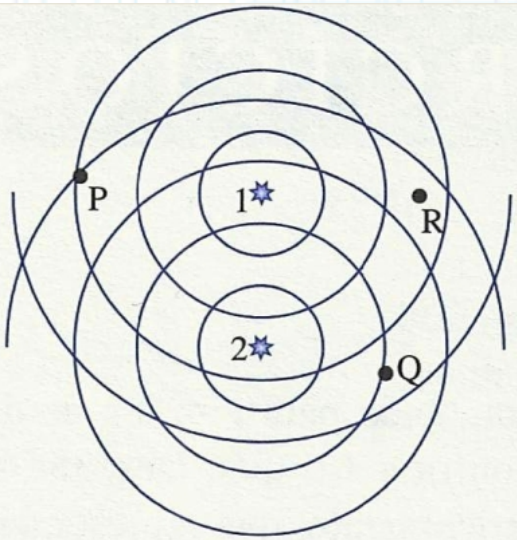


FIGURA EX21.25

25. || A **FIGURA EX21.25** representa as frentes de onda circular emitidas por duas fontes de onda.

a. As fontes emitem em fase ou fora de fase? Explique.

b. Construa uma tabela com linhas P, Q e R e colunas r_1, r_2, Δr e C/D. Preencha a tabela para os pontos P, Q e R, registrando as distâncias como múltiplos de λ e indicando, com um C ou um D, se a interferência nesse ponto é construtiva ou destrutiva.

Superposição

- Exercícios do Randall Knight

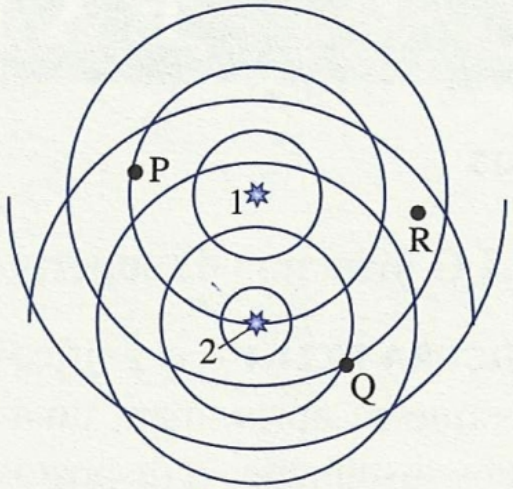


FIGURA EX21.26

26. || A **FIGURA EX21.26** representa as frentes de onda circulares emitidas por duas fontes de onda.

a. As fontes emitem em fase ou fora de fase? Explique.

b. Construa uma tabela com linhas P, Q e R e colunas r_1, r_2, Δr e C/D. Preencha a tabela para os pontos P, Q e R registrando as distâncias como múltiplos de λ e indicando, com um C ou um D, se a interferência nesse ponto é construtiva ou destrutiva.

Superposição

- Exercícios do Randall Knight

30. | Um flautista escuta quatro batimentos por segundo quando compara a sua nota com a nota emitida por um diapasão de 523 Hz (o que corresponde à nota Dó). Ele consegue igualar sua freqüência à freqüência do diapasão puxando o "bocal de afinação" de modo a aumentar ligeiramente o comprimento da flauta. Qual era a freqüência inicial emitida pela flauta?

40. || Quando uma massa M é amarrada à extremidade de um barbante longo e fino, suspenso pelo teto, a freqüência do segundo harmônico do barbante é 200 Hz. Acrescentando-se uma carga adicional de 1,0 kg à massa pendurada, a freqüência do segundo harmônico aumenta para 245 Hz. Qual é o valor de M?

24. || Uma película muito delgada de óleo ($n = 1{,}25$) flutua sobre a água ($n = 1{,}33$). Qual é a película mais fina de óleo que produz uma forte reflexão da luz verde de comprimento de onda de 500 nm?